

## Тема 1

## ПРОСТЕЙШИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ НА ПЛОСКОСТИ И ИХ СВОЙСТВА

### Входной тест

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Какое наибольшее число точек пересечения может быть у пяти разных прямых?

1							
---	--	--	--	--	--	--	--

- 2 Угол между биссектрисой угла и продолжением одной из сторон равен  $135^\circ$ . Найдите градусную меру данного угла.

2							
---	--	--	--	--	--	--	--

- 3 Отрезок, длина которого равна 47 см, разделен на три неравные отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 26 см. Найдите длину среднего отрезка.

3							
---	--	--	--	--	--	--	--

- 4 Чему равен угол, если два смежных с ним угла составляют в сумме  $100^\circ$ .

4							
---	--	--	--	--	--	--	--

- 5 Градусная мера угла  $ABC$  составляет  $140^\circ$ . Луч  $BD$  лежит между сторонами угла  $ABC$ . Найдите  $\angle ABD$ , если  $\angle ABD - \angle DBC = 20^\circ$ .

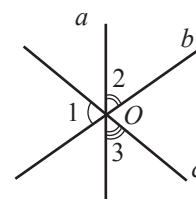
6							
---	--	--	--	--	--	--	--

- 6 Сколько точек необходимо взять между точками  $A$  и  $B$ , так чтобы вместе с отрезком  $AB$  образовалось шесть отрезков?

6							
---	--	--	--	--	--	--	--

- 7 На рисунке изображены три прямые, которые пересекаются в точке  $O$ . Найдите сумму углов  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ .

7							
---	--	--	--	--	--	--	--



## Тема 1

- 8 Отрезок разделен на 10 равных частей. Найдите длину отрезка АВ, если расстояние между серединами крайних частей равно 18 см.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 9 Установите соответствие между видами углов и их возможными градусными мерами: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

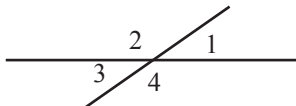
ВИД УГЛОВ		ВОЗМОЖНЫЕ ГРАДУСНЫЕ МЕРЫ	
А	Острый	1	180°
Б	Прямой	2	89°
В	Тупой	3	90°
Г	Развернутый	4	91°

В таблице под каждой буквой, соответствующей виду угла, укажите номер его возможного значения в процентах.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 10 Установите соответствие между условием задачи и ответом: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.



УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ		ОТВЕТ	
А	Если $\angle 2 + \angle 4 = 300^\circ$ , то $\angle 2 = ?$	1	100°
Б	Если $\angle 1 + \angle 3 + \angle 4 = 240$ , то $\angle 2 = ?$	2	30°
В	Если $\angle 2 - \angle 3 = 20^\circ$ , то $\angle 2 = ?$	3	120°
Г	Если $\angle 2 = 5\angle 3$ , то $\angle 2 = ?$	4	150°

В таблице под каждой буквой, соответствующей задаче, укажите номер ее ответа.

Ответ:

А	Б	В	Г

## Теоретический материал

### Начальные понятия

*Геометрия* — это наука, которая изучает свойства геометрических фигур. Примерами геометрических фигур являются треугольник, квадрат, круг (рис. 1). Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур на плоскости, называется *планиметрия*.



Рис. 1

*Точка* и *прямая* являются основными геометрическими фигурами на плоскости.

Точка не имеет размеров. Представление о точке дает след кончика карандаша на бумаге. Точки обозначаются большими латинскими буквами  $A, B, C, D, \dots$  (рис. 2).

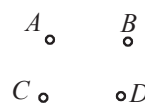


Рис. 2

Представление о прямой дает натянутая нить. Прямая бесконечна. Прямые обозначают или одной латинской буквой:  $a, b, c, \dots$ , или двумя большими латинскими буквами, которые лежат на прямой:  $AB, BC, \dots$  (рис. 3).

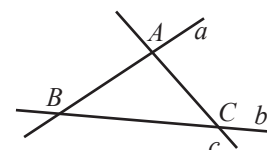


Рис. 3

Часть прямой, ограниченная двумя точками, называется отрезком. Точки, которые ограничивают отрезок, называют его концами. На рис. 4 изображен отрезок с концами в точках  $A$  и  $B$ . Такой отрезок обозначают  $AB$  или  $BA$ .



Рис. 4



Рис. 5

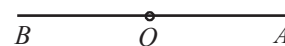


Рис. 6

*Лучом*, или полупрямой, называется часть прямой, ограниченная с одной стороны точкой. На рис. 5 точка  $O$  ограничивает прямую. Точка  $O$  называется началом луча. Луч обозначают или одной латинской буквой (луч  $l$ ), или двумя большими латинскими буквами, первая из которых обозначает начало луча, а вторая — произвольную точку на луче (луч  $OA$ , рис. 5). Точка  $O$ , лежащая на прямой, делит ее на два луча, направления которых противоположны. Эти лучи называют *дополнительными* (рис. 6).

### Геометрическая фигура

*Геометрической фигурой* называется любое образование из точек. Геометрические фигуры называются равными, если они совпадают при наложении. На рис. 7 изображены равные отрезки  $AB$  и  $CD$ . Это записывается так:  $AB = CD$ .

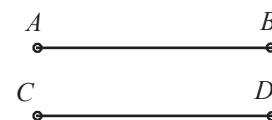


Рис. 7

### Понятие об аксиомах и теоремах

Геометрия изучает свойства фигур, которые выражаются различными утверждениями: определениями, аксиомами, теоремами.

*Определение* — это утверждение, которое объясняет данное понятие через уже известные понятия.

*Аксиома* — это утверждение, принимаемое на веру (без доказательства). Например:

1. Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей (рис. 8).
2. Через любые две точки можно провести прямую, и только одну (рис. 9).
3. Прямая разбивает плоскость на две полуплоскости (рис. 10).

4. Из трех точек прямой одна и только одна лежит между двумя другими (рис. 11).

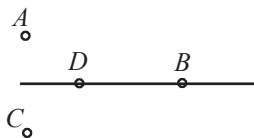


Рис. 8



Рис. 9

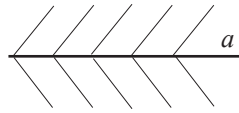


Рис. 10

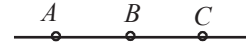


Рис. 11

*Теоремой* называется утверждение о свойствах фигуры, истинность которого устанавливается в результате размышлений. Эти рассуждения называются доказательством.

Приведем пример.

**Теорема.** Две различные прямые могут пересекаться только в одной точке.

*Доказательство*

Если бы две различные прямые имели две точки пересечения, то через эти точки проходили бы две различные прямые. А это невозможно, поскольку через две различные точки можно провести только одну прямую (аксиома 2). Итак, две различные прямые не могут иметь две различные точки пересечения.

### Понятие об обратной теореме

Любая теорема состоит из двух частей: первая часть — условие (т. е. то, что задано), вторая часть — вывод (т. е. то, что надо доказать).

**Пример.** Если две различные прямые пересекаются (условие), то они имеют лишь одну общую точку (вывод).

Если поменять местами заключение и условие в теореме, то получим теорему, *обратную* к данной. Данную теорему называют *прямой*.

Например: теорема «Если две различные прямые имеют общую точку (условие), то они пересекаются (вывод)» является обратной теореме «Если две различные прямые пересекаются (условие), то они имеют лишь одну общую точку (вывод)».

Следует отметить, что из истинности прямой теоремы не всегда следует справедливость (истинность) обратного утверждения.

## Длина отрезка и ее свойства. Расстояние между точками

### Длина отрезка и ее свойства

Основные свойства измерения отрезков выражаются аксиомами.

*Аксиома измерения отрезков*

Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой, т. е. если  $C$  — точка отрезка  $AB$  (рис. 12), то  $AB = AC + CB$ .



Рис. 12

Нахождение длины отрезка основано на сравнении его с некоторым отрезком, который принимается за единицу измерения. Выбрав единицу измерения, можно найти длину любого отрезка. На практике для измерения длин отрезков чаще всего используют миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр. Эти единицы измерения длин взаимосвязаны, в частности,  $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$ ,  $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$ ,  $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$ ,  $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$ .

## Тема 1

Равные отрезки имеют одинаковую длину, и наоборот: если отрезки имеют одинаковую длину, то они равны.

Серединой отрезка называется точка этого отрезка, которая делит его пополам (т. е. на два равных отрезка).

На рис. 13 точка  $C$  — середина отрезка  $AB$ , поскольку  $AC = CB$  (равные отрезки на рисунках обозначают одинаковым количеством черточек).



Рис. 13

Основное свойство отложения отрезков выражается аксиомой.

*Аксиома отложения отрезков*

На любой полупрямой от ее начальной точки можно отложить отрезок заданной длины, причем только один.

### Расстояние между точками

Расстоянием между точками  $A$  и  $B$  называется длина отрезка  $AB$ .

Расстояние между точками обладает такими свойствами.

1. Расстояние между различными точками является величиной положительной.
2. Расстояние от точки  $A$  до точки  $B$  равно расстоянию от точки  $B$  до точки  $A$ , для любых различных точек  $A$  и  $B$  выполняется равенство:  $AB = BA$ .
3. Для любых точек  $A, B, C$  расстояние между двумя точками меньше или равно сумме двух других расстояний:

$$AB \leq AC + CB \text{ (рис. 14, 15).}$$

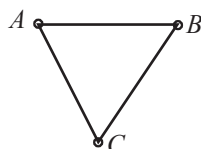


Рис. 14



Рис. 15

### Угол

*Углом* называется фигура, которая состоит из точки, *вершины угла*, и двух лучей, исходящих из этой точки (лучи называются *сторонами* угла). Угол обозначается знаком  $\angle$ . На рис. 16 изображен угол с вершиной  $O$  и сторонами  $OA$  и  $OB$ . Этот угол обозначается так:  $\angle AOB$  (буква, обозначающая вершину, всегда ставится в середине) или  $\angle O$ . Нередко угол обозначается цифрой:  $\angle 1$ . Угол называется *развернутым*, если каждая его сторона является продолжением другой стороны (рис. 17). Два угла называются *равными*, если их можно совместить наложением. Например на рис. 18  $\angle 1 = \angle 2$ .

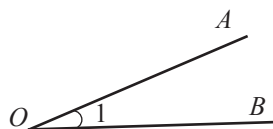


Рис. 16

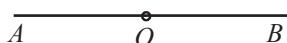


Рис. 17



Рис. 18